

# 光量子計算へのテンソルネットワーク活用

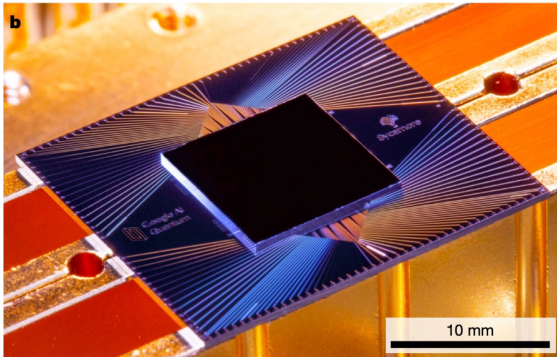
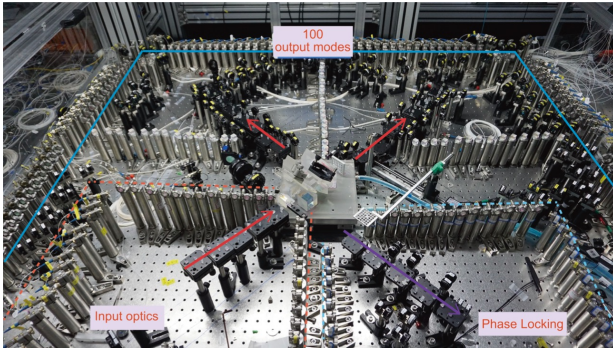
blueqat(株) 永井隆太郎

# 目次

- はじめに
- 光量子計算について
- 光量子計算へのテンソルネットワーク活用
  - モチベーション
  - 活用例
  - 今後の展望
- まとめ

# はじめに

Google の Sycamore マシンで量子超越性を達成した量子回路の古典シミュレーションベンチマークとして、テンソルネットワークを応用した研究が近年盛んに報告されている。

	[1]	[2]
ハードウェア方式	超電導量子ビット	光(連続量)
手法	ランダム量子回路サンプリング	Gaussian Boson Sampling
実物		

2例目の量子超越性報告は光量子系

[1] Arute, Frank, et al. Nature 574.7779 (2019): 505-510.

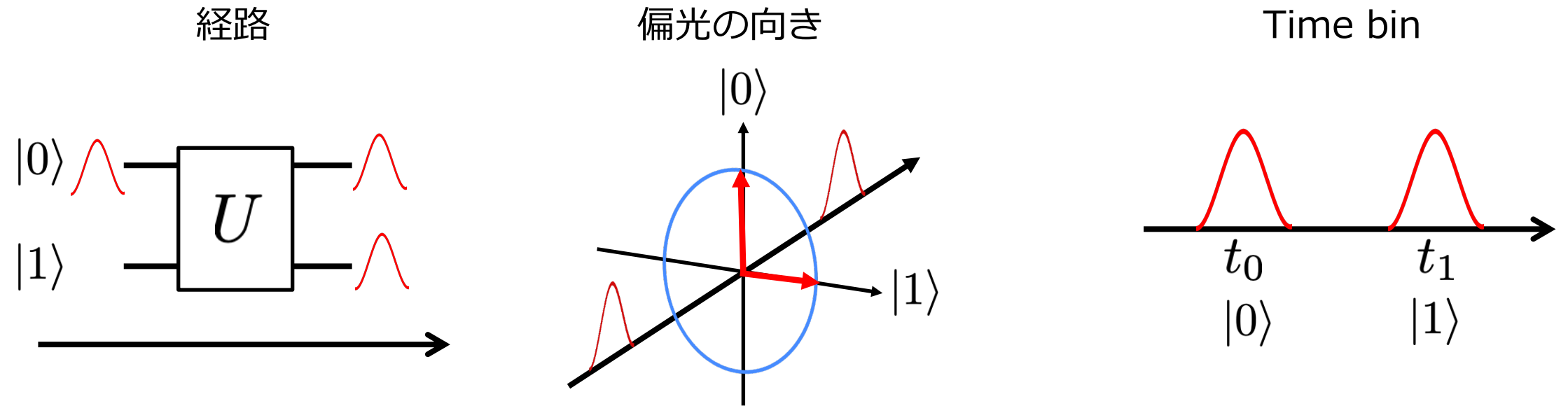
[2] Zhong, Han-Sen, et al. Science 370.6523 (2020): 1460-1463.

# 光量子計算について

量子情報のキャリアとしての光(光子)

- 常温常圧でも量子情報を失わない
- “flying qubit” であるため、量子状態の長距離伝送に適する

光子を用いた量子ビットの例



# 光量子計算について

## 光子を用いた量子ビットの難しさ

### 本質的

- 光子同士の相互作用の弱さ

ユニバーサルな量子計算に必要な  
制御ゲートの実装 に関連

### 実験的

- 光子検出器の効率
- On-demand な光子生成
- 光子の散乱・吸収による損失

量子計算に必要な基本的要素である、  
状態の準備・測定 に関連

単一光子を用いてスケーラブルな万能量子計算を実装するには、課題が多い。  
→ 異なるアプローチが必要。

# 光量子計算について

単一光子の状態を用いた **離散量(Discrete Variable:DV)** 量子計算に対して、光の連続量的な状態を用いた **連続量(Continuous Variable:CV)** 量子計算が提案された。

連続量的な状態…**直交位相状態**  $(\hat{x}, \hat{p})$

$$|\psi\rangle = \int \psi(x)|x\rangle dx \quad \text{状態は連続的な無限個の基底を持つ}$$

$$\hat{x}|x\rangle = x|x\rangle \quad \hat{p}|p\rangle = p|p\rangle \quad \text{演算子 } (\hat{x}, \hat{p}) \text{ の固有値と固有状態}$$

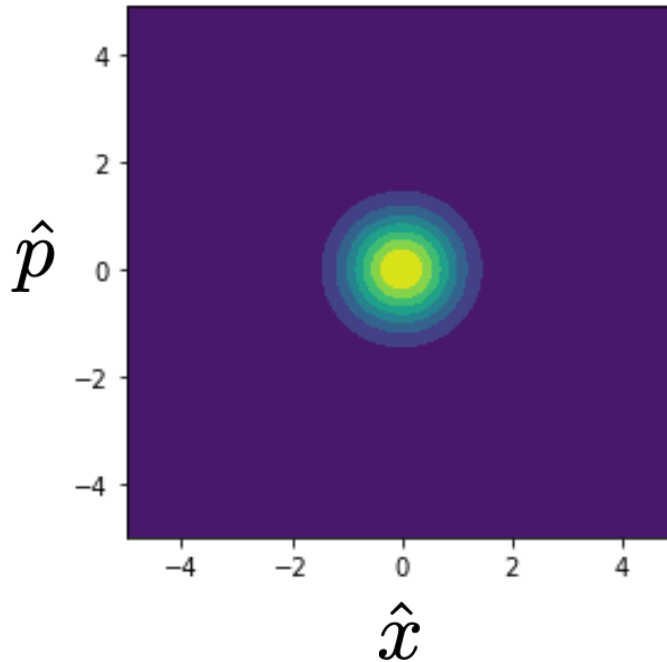
$$\hat{E}(\mathbf{r}, t) = 2\hat{E}_0[\hat{x} \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + \hat{p} \sin(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$$

演算子  $(\hat{x}, \hat{p})$  は電場のcos成分、sin成分に対応する

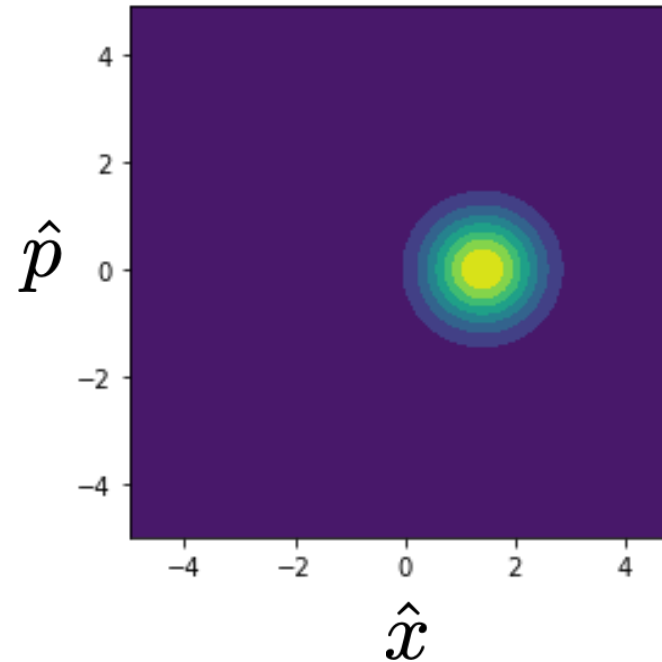
# 光量子計算について

## 直交位相状態の表現1: 直交位相平面上でのプロット

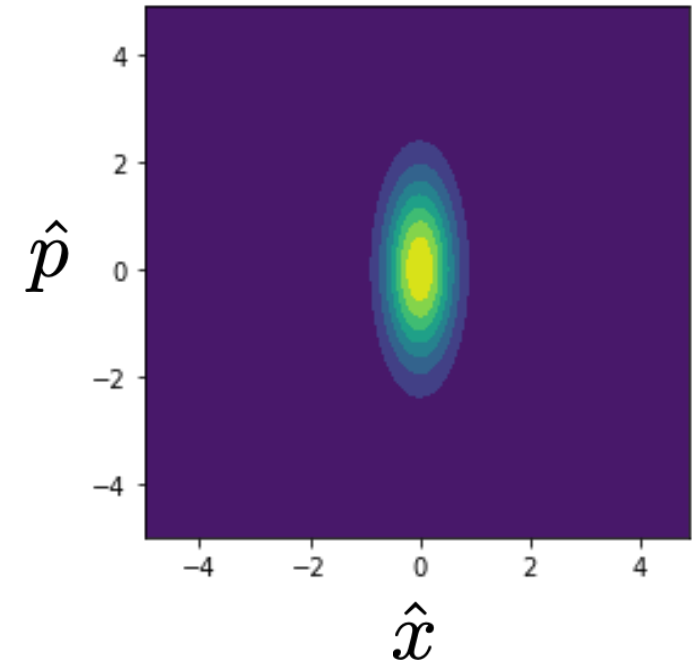
例1: 真空場状態



例2: コヒーレント状態  
(レーザー光に対応)



例3: スクイズド状態  
(狭窄化)



$\hat{x}, \hat{p}$  には不確定性関係が成り立ち、とりうる値の確率分布で状態を表現できる。  
(Wigner 関数)

# 光量子計算について

直交位相状態の表現2: 光子数基底 (Fock基底) の重ね合わせ

$|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle, \dots$  : 光子の数に相当

真空場状態:  $|0\rangle$

スクイーズド状態: 
$$S(r) = \frac{1}{\sqrt{\cosh r}} \sum_{k=0}^{\infty} \tanh^k r \frac{\sqrt{(2k)!}}{2^k k!} |2k\rangle$$

偶数光子数基底の重ね合わせ

→ 単一光子と比較して  
生成がしやすい、ロバスト

量子ビット式計算が通常2準位で記述されるのに対し、  
連続量計算は多数(理論的には無限)の準位で記述される。



# 光量子計算について

## 連続量量子状態のシミュレーション

連続量量子状態をシミュレーション可能なライブラリは、有限次元のFock基底で近似する。

- Strawberry Fields[3]
- Photonqat[4]
- QuTiP[5] (量子計算より一般の量子系ダイナミクスのシミュレータ)

→ 量子ビットを  $D$  (任意の正の整数) 準位に拡張して計算を行う。

連続量量子状態は、量子ビット式よりシミュレーションリソースが必要

$n$  量子ビット(モード)状態ベクトルのサイズ

量子ビット: $2^n$	}	連続量量子状態は、状態ベクトルのサイズが量子ビットよりもさらに急激に増大する。
連続量: $D^n$		

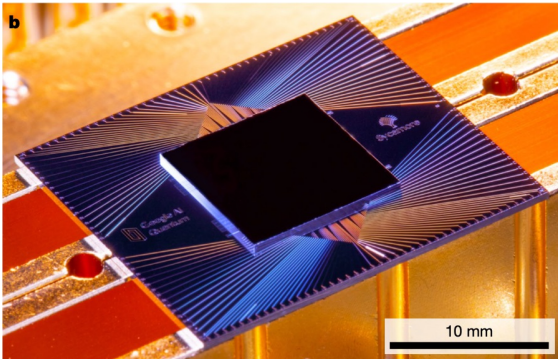
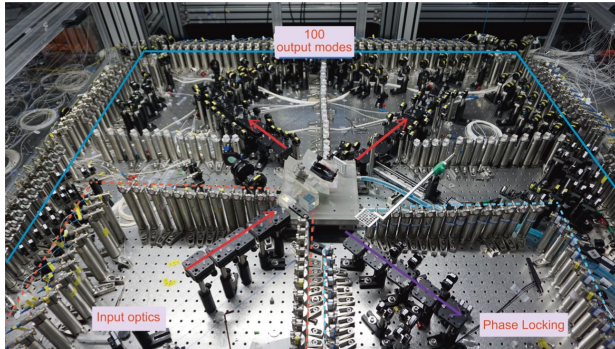
[3] Killoran, Nathan, et al. Quantum 3 (2019): 129. [4] <https://github.com/BosoniQ-github/Photonqat>

[5] Johansson, J. Robert, et al. Computer Physics Communications 183.8 (2012): 1760-1772.

# 光量子計算へのテンソルネットワーク活用 モチベーション

近年発展したテンソルネットワークによる量子回路シミュレーション手法を  
光連続量計算へ応用したい。



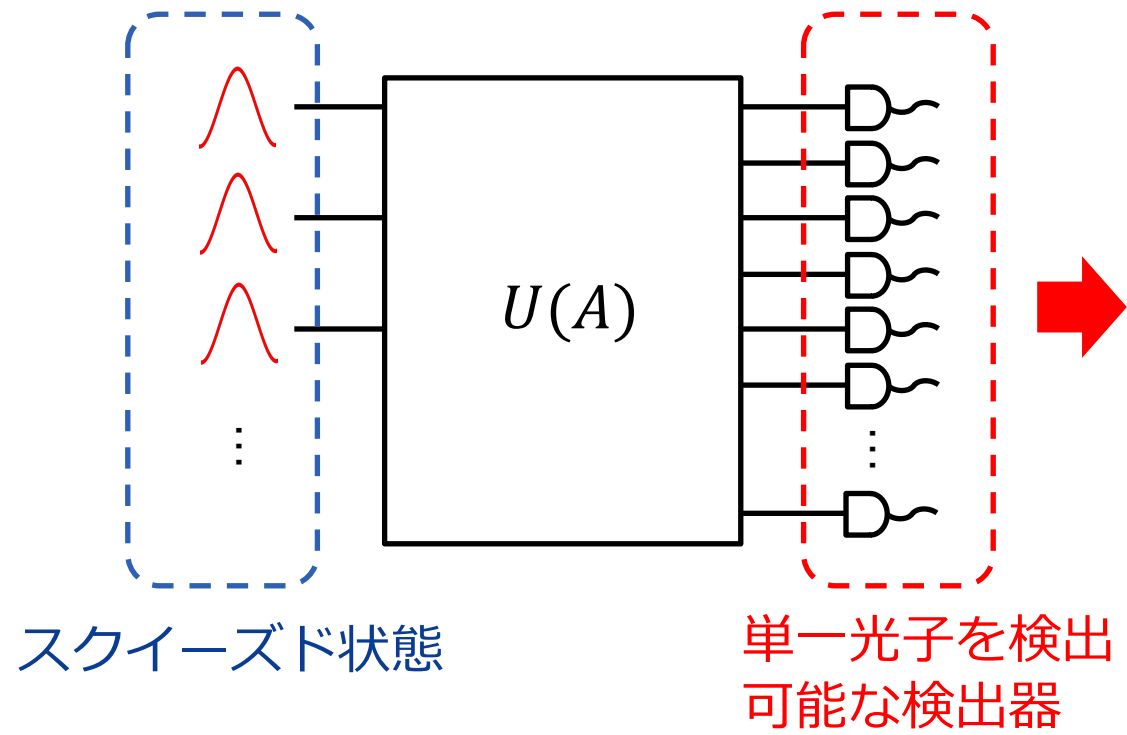
	[1]	[2]
ハードウェア方式	超電導量子ビット	光(連続量)
手法	ランダム量子回路サンプリング	Gaussian Boson Sampling
実物		

# 光量子計算へのテンソルネットワーク活用 活用例1

光量子計算において量子超越を達成した手法のシミュレーション

## Gaussian Boson Sampling [6]

GBS量子回路



$U(A)$ : ビームスプリッタや波長板(位相シフト)からなる光学回路

光子検出数のサンプリング結果は特定の確率分布に従う。

**Hafnian** 関数で表される  
…古典計算器で効率的に計算できるアルゴリズムが見つかっていない

古典計算機で計算困難な確率分布からサンプリング可能→量子超越性。

[6] Hamilton, Craig S., et al. *Physical review letters* 119.17 (2017): 170501.

# 光量子計算へのテンソルネットワーク活用 活用例1

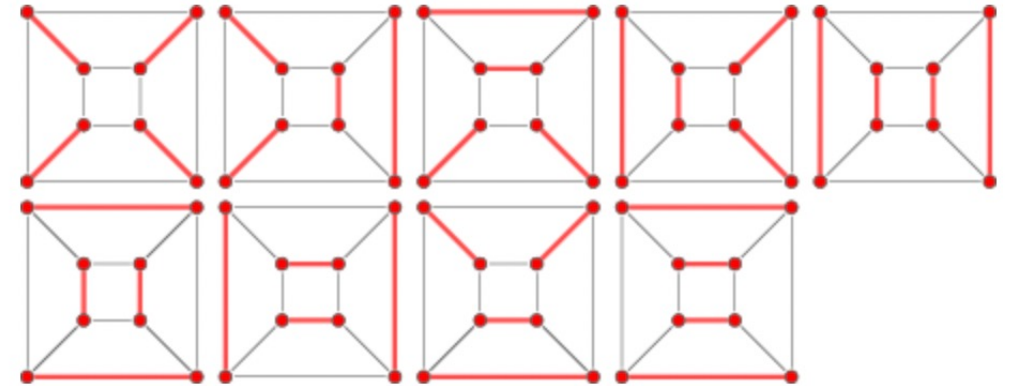
光量子計算において量子超越を達成した手法のシミュレーション

## Gaussian Boson Sampling [6]

Hafnian 関数  $\text{Haf}(A)$  は、隣接行列  $A$  で表されるグラフの パーフェクトマッチングの個数 としての意味を持つ。

グラフの全ての頂点が重複なく含まれるようなエッジの組み合わせ

グラフのパーフェクトマッチングの例(9通り)



<https://mathworld.wolfram.com/PerfectMatching.html>

$$\text{Pr}(1 \dots 1) = C(A) \cdot \text{Haf}(A)$$

量子回路の全モードで光子数"1"を測定する確率

行列  $A$  の Hafnian 関数

※ 他の光子数測定結果を得る確率は、行列  $A$  をその部分行列に置き換えることで得られる。

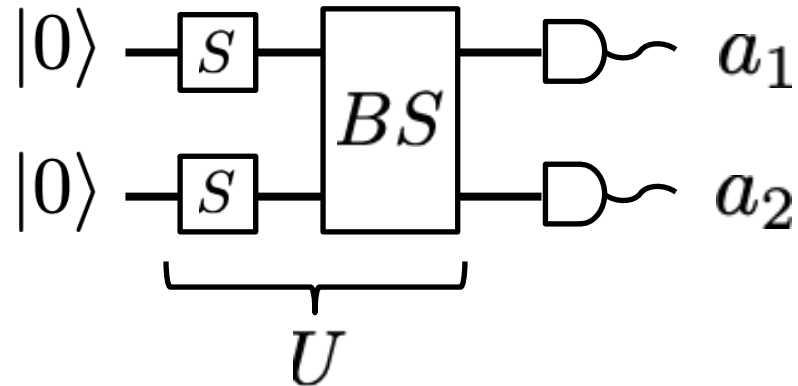
[6] Hamilton, Craig S., et al. *Physical review letters* 119.17 (2017): 170501.

# 光量子計算へのテンソルネットワーク活用

## 活用例1

Jet: Fast quantum circuit simulations with parallel task-based tensor-network contraction [7]

量子回路をテンソルネットワークで表現し、ある基底の振幅を計算する。



$|a\rangle = |a_1\rangle \otimes |a_2\rangle$  の振幅は、テンソル同士の縮約(添字についての和)により得られる。

$$\langle a|U|0\rangle = \sum_{abcdef} \langle a_1|_c \langle a_2|_f \underline{B}_{cfbd} \underline{S}_{ba} \underline{S}_{ed} |0\rangle_a |0\rangle_d$$

添字の数がテンソルのサイズに対応  
2準位量子ビットの場合は  $D = 2$

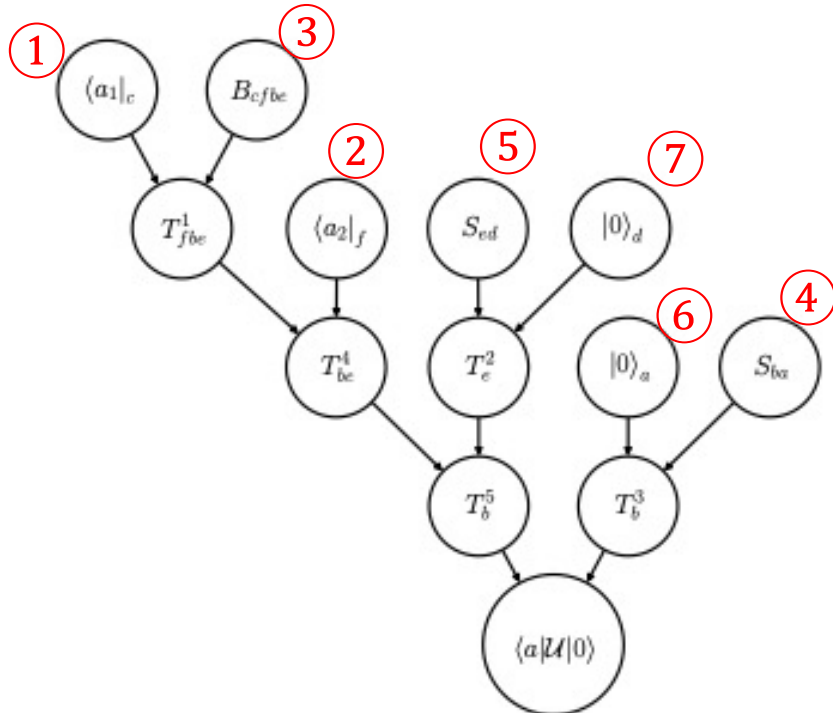
$S$  : スクイーミングゲート  
 $BS$  : ビームスプリッタ

1回の計算で得られるのは、ある1つの基底状態についての振幅。  
→ GBS との相性が良い。

# 光量子計算へのテンソルネットワーク活用 活用例1

Jet: Fast quantum circuit simulations with parallel task-based tensor-network contraction [7]

量子回路をテンソルネットワークで表現し、ある基底の振幅を計算する。



$|a\rangle = |a_1\rangle \otimes |a_2\rangle$  の振幅は、テンソル同士の縮約(添字についての和)により得られる。

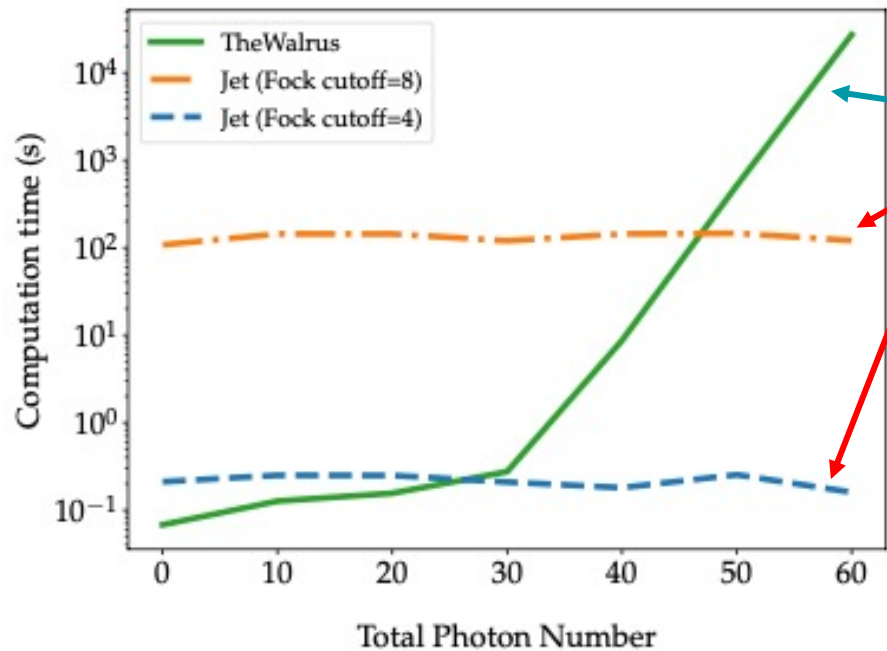
$$\langle a|U|0\rangle = \sum_{abcdef} \langle a_1|_c \langle a_2|_f B_{cfbd} S_{ba} S_{ed} |0\rangle_a |0\rangle_d$$

計算量は量子ビット数だけではなく、回路の深さ、テンソルネットワークの“木幅”に依存する。

量子回路のテンソルネットワークグラフ表現

# 光量子計算へのテンソルネットワーク活用 活用例1

Jet: Fast quantum circuit simulations with parallel task-based tensor-network contraction [7]



GBS量子回路で、あるランダムな基底状態の振幅計算において、  
- Hafnian を求める古典アルゴリズム(TheWalrus ライブラリより)  
- テンソルネットワーク手法 (JET)  
を比較。

前者はTotal Photon Numberに対して計算時間が指数関数的にスケールアップされるのに対し、後者はほぼ一定。  
→ テンソルネットワーク手法の有用性を主張

# 光量子計算へのテンソルネットワーク活用 活用例2

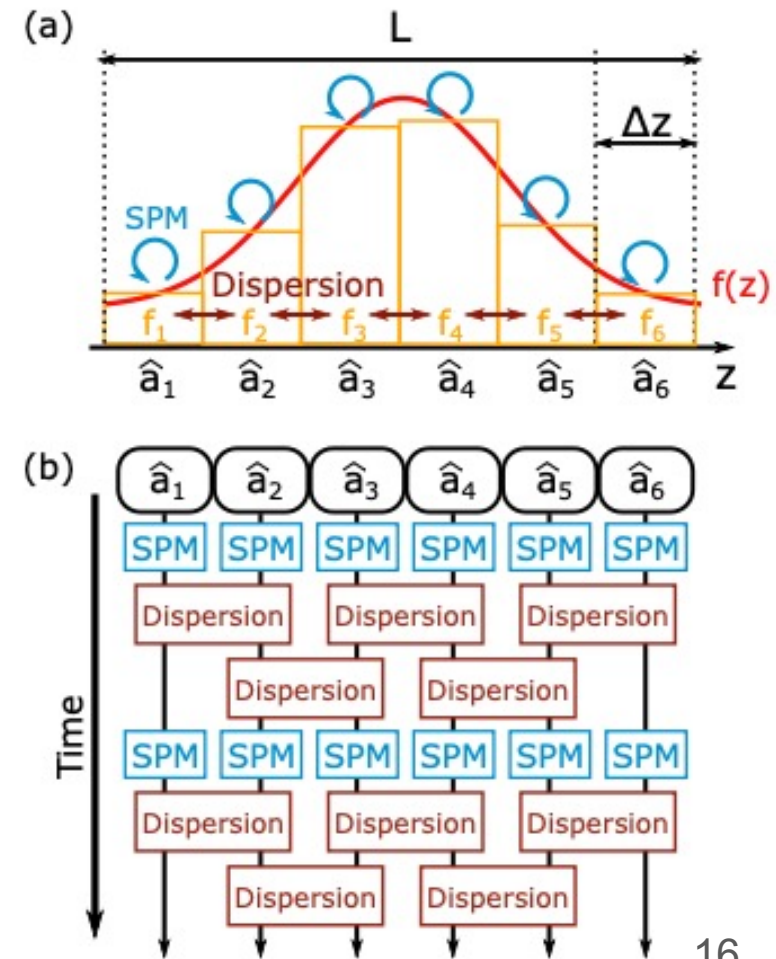
Efficient simulation of ultrafast quantum nonlinear optics with matrix product states [8]

非線形光学媒質中を伝播する光パルスの時間発展計算に、テンソルネットワークを活用

パルスを空間分割し、各binに含まれる光子数としてモデル化する。

非線形光学媒質中のSPM(自己位相変調)や分散による時間発展計算に、**Matrix product states** と呼ばれるテンソルネットワーク手法の1種を用いる。

考えられる応用：非線形光導波路の設計など



[8] Ryotatsu Yanagimoto, et al. Optica 8, 1306-1315 (2021)



# 光量子計算へのテンソルネットワーク活用 活用例2

## Matrix Product States (MPS)

一般的な 5 量子ビット状態 → 量子状態のテンソルネットワーク表現

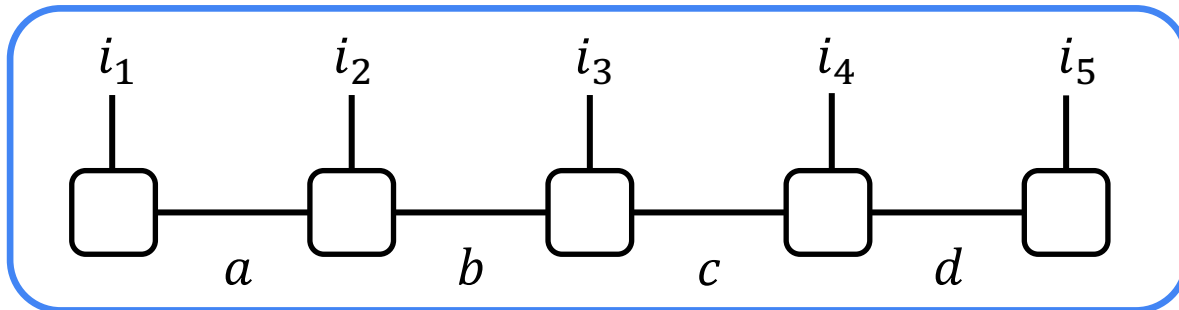
$$\Psi = \sum_{i_1, i_2, i_3, i_4, i_5} \Psi_{i_1 i_2 i_3 i_4 i_5} |i_1 i_2 i_3 i_4 i_5\rangle \quad i_k \in \{0, 1\}$$

$\Psi_{i_1 i_2 i_3 i_4 i_5}$  をテンソル同士の積に分解

$$\Psi_{i_1 i_2 i_3 i_4 i_5} = \sum_{a, b, c, d} A_a^{i_1} A_{ab}^{i_2} A_{bc}^{i_3} A_{cd}^{i_4} A_d^{i_5}$$

$\Psi$  における状態  $|00000\rangle$  の振幅  $\Psi_{00000}$  は、  
行列積として計算可能

$$\Psi_{00000} = A^{i_1=0} A^{i_2=0} A^{i_3=0} A^{i_4=0} A^{i_5=0}$$



MPSのテンソルネットワークグラフ表現

★ 導波路シミュレーションの1次元性、  
相互作用の局所性といった性質と  
相性が良い

# 光量子計算へのテンソルネットワーク活用 活用例3

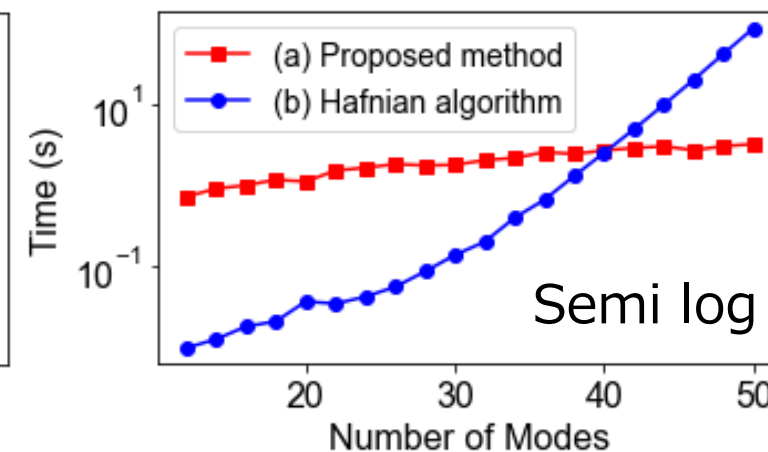
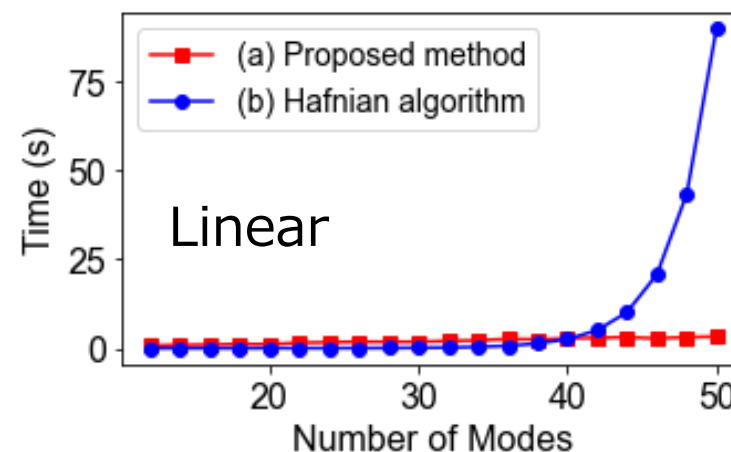
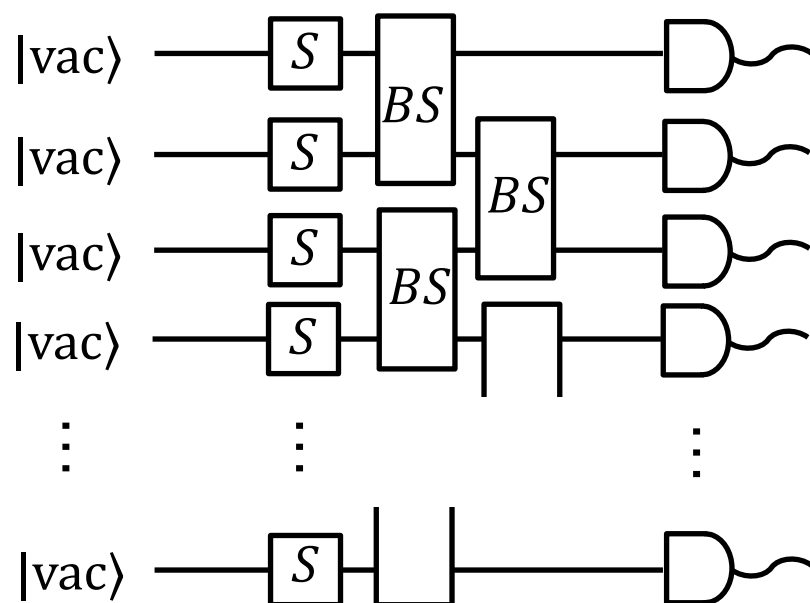
MPS を活用例1と同様に量子回路シミュレーションへ活用

以下の回路について、 $\text{Pr}(1 \dots 1)$  を  
(a)本研究のテンソルネットワークシミュレータ  
(b)既知の古典 Hafnian 計算アルゴリズム  
を用いて計算し、実行時間を比較。

凸版印刷(株)、blueqat(株)の共同研究

[https://www.toppan.co.jp/news/2021/10/newsrelease211019\\_1.html](https://www.toppan.co.jp/news/2021/10/newsrelease211019_1.html)

R. Nagai, et al. 2021 IEEE International Conference on Quantum Computing and Engineering (QCE), 2021, pp. 437-438



回路深さが浅い条件で、提案手法はモード数に対して効率的(線形)な計算時間を示した。  
→ テンソルネットワーク優位性を確認。

# 光量子計算へのテンソルネットワーク活用 今後の展望

量子超越のベンチマークとしてのGBSシミュレーションの発展

→ GBSを応用可能な問題に対し、既存の古典アルゴリズムより効率的な古典計算手法を発見できる可能性

例)

グラフのパーフェクトマッチングの個数[9]

応用先: マッチング問題

グラフのdense subgraphの抽出[10]

応用先: 分子ドッキング問題[11], ネットワーキング問題

[9] Brádler, Kamil, et al. *Physical Review A* 98.3 (2018): 032310.

[10] Arrazola, Juan Miguel, and Thomas R. Bromley. *Physical review letters* 121.3 (2018): 030503.

[11] Banchi, Leonardo, et al. *Science advances* 6.23 (2020): eaax1950.

# 光量子計算へのテンソルネットワーク活用 今後の展望

- より一般的な(GBSに限らない)光量子計算のシミュレーション

特に、万能光量子計算に必要とされる非線形リソースを含む計算の古典シミュレーションは、多くのリソースを要する。

要素ゲート動作の検証や小中規模での動作の検証にテンソルネットワークを用いた効率的なシミュレーションが必要となる。

- 非線形媒質中の光のダイナミクスの研究

光の量子的な状態を制御するデバイス技術などにつながる

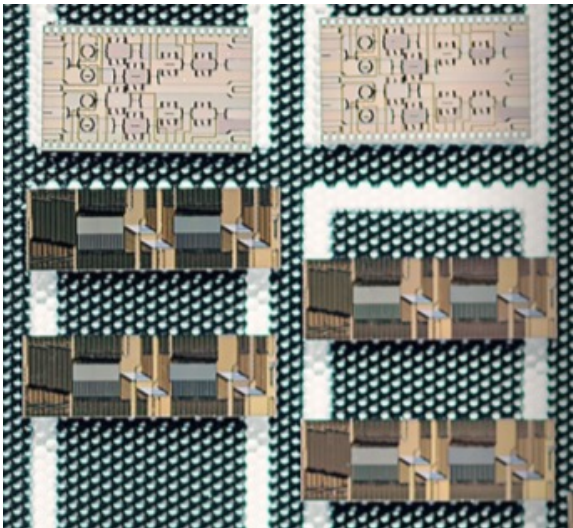
# まとめ

- 光量子計算は常温常圧、量子情報の長距離伝送などの優れた性質をもつ
- 離散量量子計算と、連続量量子計算の2つのアプローチが存在する。
- 連続量量子計算の古典シミュレーションは2準位量子ビット計算よりもはるかに多くのリソースを要するため、テンソルネットワークによる計算効率化の必要性が高い。
- 光量子計算とテンソルネットワークの組み合わせは、さまざまな光量子回路のシミュレーションや、それをベースとした量子着想古典アルゴリズムの探索、光デバイスの開発などに活用が期待される。

# 付録:ハードウェアのアクセス状況

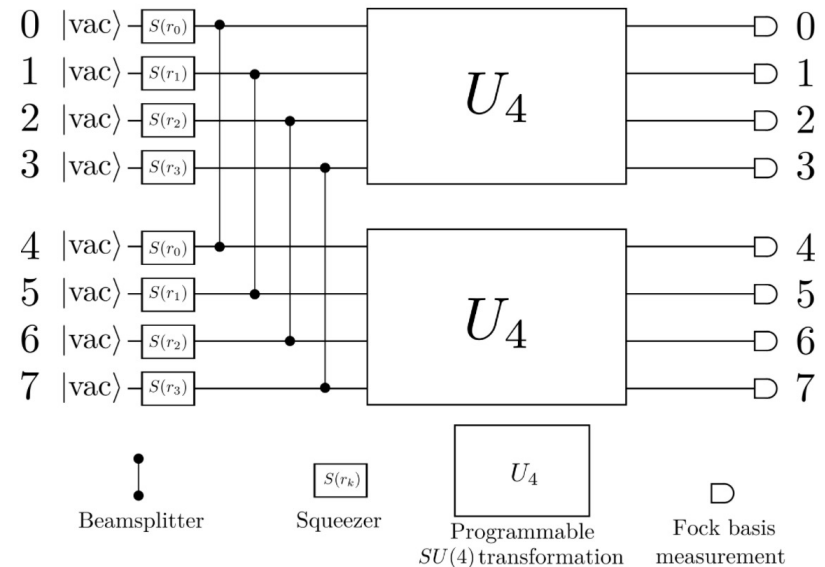
Xanadu 社がハードウェアをクラウドシステムに接続  
 外部公開しているマシンは8モード仕様 (ただし実質4モードに近い)  
 外部非公開マシンで最大24モード仕様

光量子計算チップの写真(イメージ?)



<https://www.xanadu.ai/cloud>

8モード光量子計算チップ回路図



[https://strawberryfields.ai/photronics/demos/tutorial\\_X8.html](https://strawberryfields.ai/photronics/demos/tutorial_X8.html)

中国の量子超越を実証したグループは、GBS特化・部分的にプログラマブルなマシンで144モード[12]

[12] Zhong, Han-Sen, et al. Physical review letters 127.18 (2021): 180502.